**Teoría de Conjuntos**

**Noción de conjunto**

*Un conjunto está determinado cuando se sabe que objetos lo constituyen; cuáles son sus elementos.*

**Notación**

Se adopta la convención de denotar los conjuntos por letras mayúsculas

A , B , X , Y , ......

y a sus elementos por letras minúsculas

a , b , x , y , .....

**Definición por Extensión y por Comprensión**

Si se define un conjunto enumerando sus elementos, por ejemplo, el conjunto A de los números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ; se escribe separando los elementos por comas, y encerrándolos entre llaves:

A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

A = { x ∈ N / x < 10}

Esta forma de representación es la llamada ***definición por extensión*** de un conjunto.

Si se define al conjunto enunciando la propiedad que deben cumplir sus elementos, por ejemplo, el conjunto B de las vocales, entonces se emplea una letra, por lo general x, para representar un elemento cualquiera, y se escribe:

B = {a , e , i , o , u} B = { x / x es vocal}

se lee: “B es el conjunto de letras x tal que x es vocal”

Esta forma de representación es la llamada ***definición por comprensión*** de un conjunto.

Entonces, un conjunto puede determinarse de dos formas:

**a)** ***Por extensión****: un conjunto se determina por extensión cuando* ***se enumeran todos los elementos de dicho conjunto****. B = {a, e, i, o, u }*

**b) *Por comprensión****: un conjunto se determina por comprensión cuando* ***se especifica alguna propiedad común a todos los elementos del conjunto****. A = { x / x es número natural y x > 10 }*

*A ={11, 12 , 1 3, ….}*

*Cardinal de un conjunto: número o cantidad de elementos que tiene un conjunto.*

Resolver

- Indicar si los conjuntos que se citan a continuación están definidos por extensión o por comprensión:

= {2 , 3 , 3 , 3, 7}







= {} = ∅ conjunto vacío

- Expresar los siguientes conjuntos por extensión o por comprensión según corresponda:











 = { -4 , -3 , -2 , -1}

= { x ∈ Z / x = ∧ x ≥ -3}



**Conjunto finito e infinito**



A la cantidad de elementos que tiene un conjunto se le llama “cardinal del conjunto”. Así el cardinal de A, que se simboliza , significando esto que A tiene tres elementos.



CONJUNTOS ESPECIALES

En la aplicación de la teoría de conjuntos, los elementos de un conjunto que se estén estudiando generalmente pertenecen a algún conjunto mayor fijo llamado Conjunto Universal o Referencial. Por ejemplo en Geometría del plano, el conjunto universal consta de todos los puntos en el plano y en A = { x / x ∈ Z ∧ = 1} el referencial puede ser Z (o cualquier conjunto numérico que lo contenga).

**Conjunto vacío**: es el que carece de elementos.

Por ejemplo: S = {x / x es un entero positivo, = 3 } no tiene elementos ya que ningún entero positivo tiene la propiedad requerida.

Entonces una propiedad o función proposicional, que se convierte en proposición falsa para todos los elementos del universal, caracteriza por comprensión un conjunto vacío.



**Conjunto Unitario**: Es aquel que está formado por un único elemento.

Si solo un elemento del referencial U cumple la propiedad P, el conjunto se dice unitario.



**Relación elemento – conjunto: pertenencia**

**Relación conjunto – conjunto: inclusión**

**Pertenencia**



**Inclusión**

Si cada elemento de un conjunto A es también elemento de un conjunto B, entonces se dice que A es un subconjunto de B. También decimos que A está incluido o contenido en B, o que B incluye o contiene a A. Estas relaciones se denotan: ⊆ o ⊂

A ⊆ B que se lee “A está incluido ampliamente en B”

y

B ⊇ A que se lee “ B incluye ampliamente a A”

Inclusión Amplia

A ⊆ B ⇔ ∀ x : x ∈ A ⇒ x ∈ B

Inclusión Estricta

A ⊂ B ⇔ [(∀ x : x ∈ A ⇒ x ∈ B) ∧ (∃ x / x ∈ B ∧ x ∉ A)]

Resolver: Considerar los siguientes conjuntos. Luego, completar con el símbolo correcto ⊆ , ⊂ o ⊄ entre cada pareja de conjuntos:

∅ , A = { 1 } , B = { 1 , 3 } , C = { 1 , 5 ,9 } , D = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } , E = { 1 , 3 , 5 , 7 , 9 }

U = { 1 , 2 , ... , 8 , 9 }

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ∅..⊆ A | A …⊂… B | A ⊆ A | B ….. E | C …… D |
| C …… E | E …… B | D …… U | A …….. A | A …….. E |

1 A

**Igualdad de dos conjuntos**

Si se verifica a la vez A ⊆ B y B ⊆ A se dice que “A es igual a B” o que “A coincide con B”, lo que se escribe A = B.

**Conjunto de partes**

Sea A = { a , b , c} donde n es el cardinal de A.

El conjunto de partes de A : P (A) = { ∅ , {a , b} , {b , c} , {a , c}, {a} , {b} , {c}, {a, b , c}}

a b c A

***Conjunto de partes de un conjunto dado***

*Sea A un conjunto finito, con cardinal n, se llama conjunto de partes al conjunto formado por todos los subconjuntos de A.*

{a} ⊂ A a ∈ A {a} ∈ P ( A) {{a}} ⊂ P ( A)